

CURSO DE DOCTORADO

“Clases ultradiferenciables y ultraholomorfas”

Curso 2026/27

1. Resumen

El curso está dedicado fundamentalmente a presentar los resultados clásicos en el estudio de las denominadas clases ultradiferenciables y ultraholomorfas de Carleman-Roumieu en una variable. Se trata de espacios vectoriales cuyos elementos son funciones indefinidamente derivables en intervalos abiertos de $\mathbb{R}$ en el primer caso, y funciones holomorfas en sectores de la superficie de Riemann del logaritmo en el segundo, de modo que el crecimiento de sus derivadas n -ésimas admite un control preciso en términos de una sucesión $\mathbb{M} = (M_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ de números reales positivos. El contexto ultraholomorfo está íntimamente ligado a la teoría asintótica y de sumabilidad de series de potencias formales en el dominio complejo.

Nuestro objetivo es detallar las técnicas de Variable Real, Variable Compleja o Análisis Funcional que permiten estudiar propiedades de estabilidad de estas clases (cierre por producto, derivación, composición, etc.), y establecer resultados de inyectividad o sobreyectividad de la aplicación de Borel en dichas clases. Esta aplicación asigna a cada elemento de una clase ultradiferenciable la sucesión de sus derivadas en un punto del intervalo o, equivalentemente, su desarrollo de Taylor (formal) en dicho punto; análogamente, asigna a cada elemento de una clase ultraholomorfa la sucesión de sus derivadas en el vértice del correspondiente sector (mediante un proceso de paso al límite), o bien su serie de desarrollo asintótico. En caso de inyectividad en el caso ultraholomorfo, se describirán procesos de reconstrucción, denominados de sumabilidad, de la única función que admite un desarrollo asintótico escogido en el conjunto imagen de la aplicación de Borel.

Algunas herramientas habituales serán el uso de transformadas integrales, la teoría de crecimiento de funciones holomorfas en sectores, técnicas de la teoría de O -variación regular, o resultados de análisis funcional para espacios vectoriales topológicos.

2. Profesorado

El curso será impartido por Javier Sanz Gil, miembro del Programa de Doctorado en Matemáticas de la Universidad de Valladolid. Se impartirá los miércoles de 8:30 a 10 en el seminario A125, primera planta de la Facultad de Ciencias. El comienzo está previsto para el próximo día 30 de septiembre, y la duración estimada es de 30 horas lectivas (20 sesiones).

3. Audiencia

El curso está dirigido principalmente a alumnos del Programa de Doctorado en Matemáticas, pero se anima a asistir a alumnos del Máster en Matemáticas y a todos aquellos interesados en la temática del mismo.

4. Programa

1. Funciones indefinidamente derivables en abiertos de $\mathbb{R}$. Teorema de Borel. Teorema de Mityagin.
2. Clases ultradiferenciables en abiertos de $\mathbb{R}$. Casianaliticidad. Teorema de Denjoy-Carleman.
3. Sobreyectividad y existencia de operadores de extensión lineal y continua en clases ultradiferenciables. Teoremas de Petzsche.
4. Desarrollos asintóticos en sectores de la superficie de Riemann del logaritmo. Teorema de Borel-Ritt. Teorema de Mityagin asintótico.
5. Clases ultraholomorfas. Lema de Watson, teoremas de Mandelbrojt y Rodríguez Salinas. Órdenes aproximados y no casianaliticidad en el sector crítico.
6. Sobreyectividad y existencia de operadores de extensión lineal y continua en clases ultraholomorfas. Teorema de Borel-Ritt-Gevrey. Teorema de Thilliez para pesos fuertemente regulares. Solución general bajo cierre por derivación.
7. Sumabilidad de series de potencias. Transformadas generalizadas de Borel y Laplace formales y analíticas.